Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ

**И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, П.И. Самсонов,
А.В. Семенов**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2025 года

по **МАТЕМАТИКЕ**

Москва, 2025

ЕГЭ по математике с 2015 г. проходит на базовом и профильном уровнях. Выбор уровня осуществляет сам участник экзамена в соответствии с дальнейшей траекторией продолжения образования. При этом важную роль играет правильная профессиональная ориентация и помощь учителя в оценке уровня подготовки ученика. В КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня проверяется соответствие подготовки экзаменуемых требованиям ФГОС углубленного уровня по математике и готовность к продолжению образования в вузах по специальностям, для обучения на которых требуется повышенный уровень математической подготовки и при поступлении на которые учитывается результат по математике, в частности овладение умениями применять полученные знания при решении задач из смежных областей, проводить доказательные рассуждения, применять полученные знания в измененной и новой ситуациях, в том числе при решении практических задач, а также развитость логического мышления и сформированность умения работать с различной информацией. Формально имеющаяся возможность выбора экзамена профильного уровня учениками, изучавшими курс математики на базовом уровне, должна быть подкреплена высоким уровнем исходной подготовки на базовом уровне, грамотным планированием этапа итогового повторения, включающим, в том числе, интенсивное изучение необходимых тем. ЕГЭ по математике базового уровня предназначен для тех, кто не планирует поступать в вуз или планирует продолжение образования по специальностям, для обучения на которых не требуется повышенная математическая подготовка и экзамен по математике не учитывается при поступлении. В КИМ ЕГЭ по математике базового уровня проверяется достижение результатов ФГОС базового уровня по математике с акцентом на овладение умениями применять полученные знания на практике и применять математический аппарат в массовых гуманитарных профессиях, а также развитость логического мышления и сформированность умения работать с различной информацией.

Как отмечено выше, выбор уровня экзамена осуществляется участником экзамена. Успешное прохождение ЕГЭ профильного уровня возможно только в случае хорошей математической подготовки, полученной в ходе изучения углубленного курса математики. Однако, важно избегать неоправданной боязни выбора экзамена профильного уровня; так, статистика показывает, что если ученик уверенно выполняет без ошибок практически все задания ЕГЭ базового уровня, то после небольшой подготовки он уверенно сможет набрать 60–70 баллов на ЕГЭ профильного уровня, а это с учетом сохранения результата на протяжении четырех лет существенно расширяет выбор траектории продолжения образования.

Разумеется, многие типичные ошибки, такие как неверное прочтение условия задачи или арифметические ошибки, особенно при работе с отрицательными числами, характерны для участников ЕГЭ по математике как базового, так и профильного уровня. Тем не менее для удобства использования настоящих методических рекомендаций они представлены раздельно по каждому уровню.

Следует отметить, что наметившийся рост понимания в обществе важности роли качественного математического образования для успешной карьеры в современном цифровом мире, увеличение количества мест современных востребованных и престижных специальностях в вузах, где требуется высокий результат экзамена профильного уровня, рост охвата углубленным курсом изучения математики создают хорошую базу для повышения результатов в ближайшие годы.

ЕГЭ 2025 г. по математике профильного уровня

Вариант КИМ по математике профильного уровня состоял из двух частей и включал в себя 19 заданий, которые различались по содержанию, сложности и количеству заданий:

– часть 1 содержала 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержала 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку готовности экзаменуемых к продолжению образования в вузах по массовым техническим, экономическим и IT-специальностям. Задания части 2 предназначены для проверки готовности экзаменуемых к продолжению образования в ведущих вузах по техническим, естественно-научным, математическим, экономическим, IT- и другим специальностям, где нужен высокий уровень владения математическими знаниями.

Задания относятся к трем учебным курсам: «Алгебра и начала математического анализа» – 12 заданий; «Геометрия» – 5 заданий; «Вероятность и статистика» – 2 задания.

Задания варианта КИМ ЕГЭ распределены по уровням сложности:

– часть 1 содержала 7 заданий базового уровня (задания 1–4, 6–8) и 5 заданий повышенного уровня (задания 5, 9–12);

– часть 2 содержала 5 заданий повышенного уровня (задания 13–17) и 2 задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивалось 1 баллом. Проверка выполнения заданий 13–19 проводилась экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания. Полное правильное решение каждого из заданий 13, 15 и 16 оценивалось 2 баллами, каждого из заданий 14 и 17 – 3 баллами, каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами. Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы – 32.

На выполнение экзаменационной работы отводилось 3 часа 55 минут (235 минут).

Минимальный пороговый первичный балл ЕГЭ по математике профильного уровня – 5; минимальный пороговый тестовый балл – 27.

В содержании КИМ 2025 г. по сравнению с моделью 2024 г. изменений нет. Структура части 1 КИМ сохранилась: первый блок «Геометрия», второй блок «Вероятность и статистика», третий, наиболее объемный, блок «Алгебра и функции». Такая структура позволяет участнику экзамена эффективно распределить отведенное на работу время на выполнение заданий в тематических блоках.

Ключевые итоги ЕГЭ по математике профильного уровня в 2025 г. следующие.

Рост на 30 тысяч выбора математики профильного уровня участниками ЕГЭ, некоторое сокращение числа сдающих ЕГЭ базового уровня.

Рост на 18 тысяч числа потенциальных абитуриентов массовых инженерных и IT-специальностей (набравших не менее 60 баллов). Это число впервые превысило 184 тысячи человек (более 60 % всех участников). Проведенный анализ показывает, что эти выпускники успешно выполняют не только простые задания с кратким ответом, но и задачи с развернутым ответом. Типичный результат такого участника ЕГЭ – успешное выполнение не менее 9 заданий с кратким ответом и решение не менее двух задач с развернутым ответом.

Существенное сокращение доли не преодолевших минимального балла, что особенно важно с учетом роста числа выбравших экзамен профильного уровня

Существенное сокращение доли не преодолевших порога поступления в вузы (40 баллов).

Также важно отметить заметное снижение доли набравших неполный балл по заданиям 14–16 части 2, что говорит о росте математической культуры участников экзамена, которые стали заметно чаще доводить до конца выполнение задания, в котором найден путь решения, избегая ошибок в выкладках и недочетов в обоснованиях. К сожалению, следует отметить определенный рост неполных баллов в задании 13, связанный с неожиданным всплеском количества работ, в которых при верном решении пункта *а* в пункте *б* приводится только ответ, что, по-видимому, связано с неверными рекомендациями, размещенными для участников экзамена в Интернете.

При этом сохранилась высокая дифференцирующая способность высокобалльных заданий, что очень важно для обеспечения проведения отбора абитуриентов в ведущие вузы без использования дополнительных вступительных испытаний по математике, в которых имеют преимущества выпускники школ из региона, где находится вуз.

Следует также отметить, что участники экзамена очень хорошо справились с заданиями по функциональной грамотности, по вероятности и статистике, а также с заданиями на работу с векторами – по разделам, которые особенно важны для дальнейшего образования в IT-сфере. Рост числа абитуриентов технических вузов – результат успешной работы учителей, в том числе по реализации углубленных курсов математики, подкрепленный на завершающем этапе реализацией межведомственного проекта Рособрнадзора, Минпросвещения и Минобрнауки России по обеспечению учителей и школьников качественными бесплатными электронными материалами по подготовке к ЕГЭ по математике.

Более 11 % участников ЕГЭ 2025 г. показали результаты в диапазоне 81–100 баллов, что ниже результата 2024 г., но вдвое выше результата 2023 г.

В 2025 г. закрепилась заметная положительная динамика результатов, наблюдаемая последние 11 лет. Выросли доли участников, верно решающих как задачу по теории вероятностей базового уровня, так и более сложную задачу на знание вероятностных формул и фактов (около 72 %, менее 50 % в 2022 г.).

Сохранился достигнутый высокий уровень выполнения заданий на понимание свойств производной, на работу с векторами и стереометрических заданий части 1 экзамена.

К сожалению, пока еще сохраняется на низком уровне процент выполнения заданий по стереометрии в части 2 экзамена и заданий с параметром, важных для продолжения образования по инженерным специальностям.

Результаты ЕГЭ свидетельствуют о достаточно высоком уровне сформированности у выпускников метапредметных умений. Этому способствует характер содержания экзаменационных заданий, требующих работы с информацией, представленной в различных формах – текстах, графиках, схемах, таблицах. В ряде случаев экзаменуемые самостоятельно трансформируют условие задачи, выявляют взаимосвязь между величинами и представляют ее в виде удобных для анализа таблиц или схем. Задания по теории вероятностей и задачи с элементами экономического содержания допускают использование дерева возможных вариантов и таблиц, что школьники успешно применяют. В заданиях на выявление числовых зависимостей участники базового и профильного уровней демонстрируют исследовательские навыки и умения информационно-логического характера. Структура экзамена, организованная в соответствии с разделами школьного курса математики, способствует более точной оценке степени сложности заданий, а также помогает учащимся выстраивать оптимальную последовательность и алгоритм их решения. Анализ показывает, что при определенной позитивной динамике все еще высок процент ошибок, связанных с неверным прочтением условия задачи и выполнением арифметических вычислений. Следует, в частности, избегать выполнения действий «в уме» и выполнять проверку полученного ответа.

Важность систематического изучения курса геометрии обусловлена, в том числе развитием геометрической интуиции, столь важной для будущих инженеров. Наметившийся рост выполнения геометрических заданий части 1 позволяет ожидать рост выполнения и геометрических заданий части 2, но только в случае, если снизится влияние неоправданного ложного представления о невозможности получения баллов за успешное решение указанных заданий.

К сожалению, к негативной тенденции замены тематического повторения и развития умения решать задания части 2 экзамена «прорешиванием» вариантов прошлых лет добавилось неоправданное доверие к видеороликам в сети Интернет с якобы прогнозом типа заданий части 2. Давая своим ученикам клонированные варианты один за другим, учитель добивается, как ему кажется, безусловного и безукоризненного выполнения работ почти всеми учащимися класса. А на деле замена самостоятельного выполнения тренировочных разнообразных заданий просмотром видеороликов создает иллюзию того, что школьники готовы к сдаче ЕГЭ, и такое же впечатление возникает у самих школьников и их родителей.

Полноценно подготовиться к экзамену можно, лишь изучая математику во всем разнообразии ее методов: необходимо уделять должное внимание развитию логики и математической речи, в том числе устной, умению выражать мысли на бумаге доходчиво, просто и доказательно. В этом участникам экзамена могут помочь открытый банк ФИПИ, сборники задач и вариантов, если их использовать как источник идей и для проверки собственных достижений, но не как коллекцию репетиционных материалов.

Ниже рассмотрены результаты выполнения типичных заданий профильного ЕГЭ по математике в 2025 г. с методическими рекомендациями к тем из них, результат выполнения которых мог бы быть лучше.

В таблице 1 приведены результаты выполнения заданий профильного ЕГЭ по темам.

Таблица 1

Код темы	Название темы	№ в КИМ	Уровень	Ср. % вып.
7.1	Фигуры на плоскости	1	Б	82
7.5	Координаты и векторы	2	Б	93
7.4	Тела и поверхности вращения	3	Б	68
6.2	Вероятность	4	Б	95
6.2	Вероятность	5	П	65
2.4	Показательные и логарифмические уравнения	6	Б	95
1.3, 1.6, 1.8	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени. Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений	7	Б	84
4.1, 4.2	Производная функции. Производные элементарных функций. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке	8	Б	76

Код темы	Название темы	№ в КИМ	Уровень	Ср. % вып.
2.2	Иррациональные уравнения	9	П	83
2.1	Целые и дробно-рациональные уравнения	10	П	74
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график	11	П	79
4.1, 4.2	Производная функции. Производные элементарных функций. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке	12	П	80
2.3	Тригонометрические уравнения	13	П	43
7.3	Многогранники	14	П	6
2.7	Показательные и логарифмические неравенства	15	П	19
1.2, 1.8, 2.1	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Преобразование выражений. Целые и дробно-рациональные уравнения	16	П	18
7.1	Фигуры на плоскости	17	П	8
2.10	Уравнения, неравенства и системы с параметрами	18	В	2
1.1, 1.8	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Преобразование выражений	19	В	2

Для анализа выполнения заданий КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня использованы иллюстрации с заданиями вариантов 2025 г. Каждое из использованных для анализа заданий выполняли не менее 8000 участников экзамена из разных регионов.

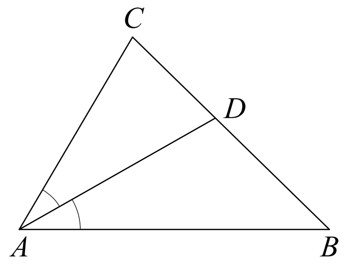
Раздел «Геометрия»

Задания 1, 2 и 3 с кратким ответом базового уровня.

Задание 1 — геометрическая задача, проверяющая умения: использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; вычислять геометрические величины (длину, угол, площадь), используя изученные формулы и методы.

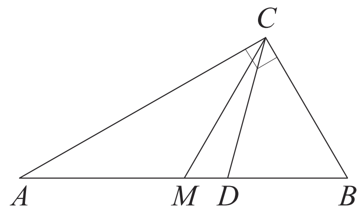
Пример 1

В треугольнике ABC угол C равен $55°$, AD — биссектриса, угол CAD. равен $29°$. Найдите величину угла ABD. Ответ дайте в градусах.



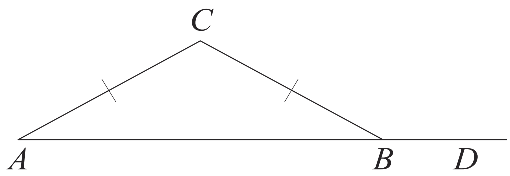
Пример 2

Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 70°. Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла C. Ответ дайте в градусах.



Пример 3

В треугольнике ABC стороны AC и BC равны, угол C равен 168°, угол CBD внешний. Найдите величину угла CBD. Ответ дайте в градусах.



Комментарий. Задание верно выполнили больше 80 % участников экзамена. Основные ошибки заключались в неверном прочтении условия задачи; например, в примере 1 ответ 55 или 96 получили те, кто не обратил внимания на то, какие даны углы в треугольнике, или в примере 2 получили ответ 20, не обратив внимания на то, что нужно найти не второй острый угол прямоугольного треугольника, или в примере 3 получили ответ 12 – внешний угол при вершине C.

Следует отметить, что при проведении занятий итогового повторения не следует пренебрегать решением заданий на готовых чертежах, обращая внимание на полную запись решения.

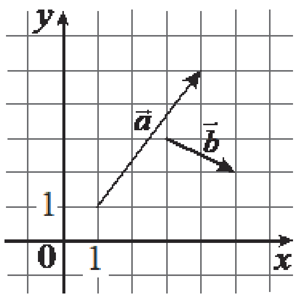
Задание 2 – геометрическая задача, проверяющая умение: оперировать понятиями «вектор», «координаты вектора», «произведение вектора на число», «скалярное произведение векторов», «угол между векторами».

Пример 1

Даны векторы $\vec{a}(7;9)$ и $\vec{b}(8;-6)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Пример 2

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a}+4\vec{b}$.

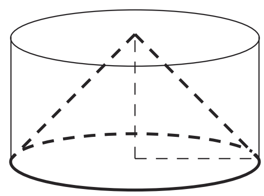


Комментарий. Задание верно выполнили больше 90 % участников экзамена. Основные ошибки были связанны с непониманием смысла вектора и неумением работать с координатами вектора, а также с незнанием формулы скалярного произведения.

Задание 3 – геометрическая задача, проверяющая умения: использовать геометрические отношения при решении задач; вычислять геометрические величины (длину, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии.

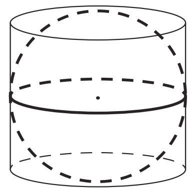
Пример 1

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



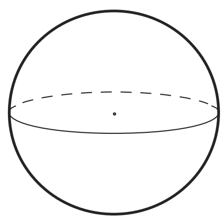
Пример 2

Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 21. Найдите площадь поверхности шара.



Пример 3

Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через центр шара, равна 12. Найдите площадь поверхности шара.



Комментарий. Задание верно выполнили больше 60 % участников экзамена. Около 20 % участников экзамена в примере 1 неверно установили отношение площадей боковых поверхностей конуса и цилиндра: посчитали, что площадь боковой поверхности конуса больше площади боковой поверхности цилиндра в $\sqrt{2}$ раза. Почти 10 % участников экзамена в примере 2 посчитали, что площадь сферы в 3 или 2 раза меньше площади полной поверхности цилиндра, а почти 5 % посчитали, что эти площади равны. Почти 10 % участников экзамена в примере 3 посчитали, что площадь сферы в 3 или 2 раза больше площади большого круга; почти 3 % посчитали, что площадь сферы в 4 раза меньше площади большого шара. Для успешного решения таких задач необходимы элементарное пространственное воображение и правильность вычисления соответствующих величин.

Раздел «Вероятность и статистика».

Задание 4 с кратким ответом базового уровня и задание 5 с кратким ответом повышенного уровня.

Задание 4 – задача по теории вероятностей, проверяющая умения: оперировать понятиями «случайное событие», «вероятность случайного события»; вычислять вероятность.

Пример 1

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 60 спортсменов, среди них 19 спортсменов из Голландии и 24 спортсмена из Дании. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым будет выступать спортсмен из Дании.

Пример 2

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 9 из Швейцарии, 7 из Чехии, 8 из Словакии и 11 из Австрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Чехии.

Пример 3

Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Комментарий. Задание 4 стабильно выполняет больше 90 % участников экзамена, что подтверждает успешное внедрение школами курса вероятности и статистики, овладение выпускниками умением анализа простейших вероятностных моделей. Типичные ошибки при выполнении этих заданий связаны с неверным чтением условия задачи и с подменой анализа случайного эксперимента формальным, необдуманным применением формул.

Задание 5 – задача повышенного уровня по теории вероятностей, проверяющая умения: оперировать понятиями «случайное событие», «вероятность случайного события»; вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы.

Пример 1

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Пример 2

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что её масса окажется меньше 810 г, равна 0,95. Вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, равна 0,86. Найдите вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, но меньше 810 г.

Комментарий. Задание 5 верно выполнили больше 60 % участников экзамена, что говорит о заметном потенциале роста в овладении умением анализировать более продвинутые вероятностные модели, а это важно для продолжения обучения в вузе. По мере перехода всех школ на обновленный ФГОС, предусматривающий отдельный час на изучение курса «Вероятность и статистика», который имеет существенно отличную от курса «Алгебра и начала математического анализа» логику и методику, следует ожидать более успешное освоение курса «Вероятность и статистика» и выполнение данного задания.

Раздел «Алгебра и начала математического анализа»

Задание 6 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов.

Пример 1

Найдите корень уравнения $3^{x-5}=\frac{1}{27}$.

Пример 2

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5}=125$.

Пример 3

Найдите корень уравнения $5^{x-2}=125$.

Комментарий. Задание стабильно выполняют более 95 % участников экзамена, большинство ошибок являются арифметическими и связанными в том числе с отсутствием проверки полученного ответа.

Задание 7 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений.

Пример 1
Найдите значение выражения $\log_2 6,4 + \log_2 5$.

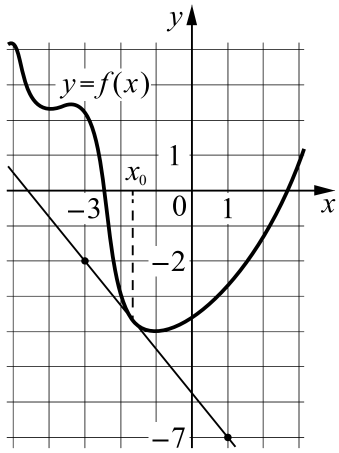
Пример 2
Найдите значение выражения $\log_3 162 - \log_3 2$.

Пример 3
Найдите значение выражения $6\log_7 \sqrt[3]{7}$.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 60 % участников экзамена. Основные ошибки в решении таких заданий связаны с потерей логарифмов при применении свойств логарифмов; например, больше 3 % участников в примере 1 получили неверный ответ 32, в примере 2 – неверный ответ 81, в примере 3 получили неверные ответы 49 и 14. Больше 3 % участников экзамена не только потеряли логарифм, но и неверно применили свойства логарифмов и степени, получив в примере 1 ответ 11,4, в примере 2 ответ 160, в примере 3 ответ 18.

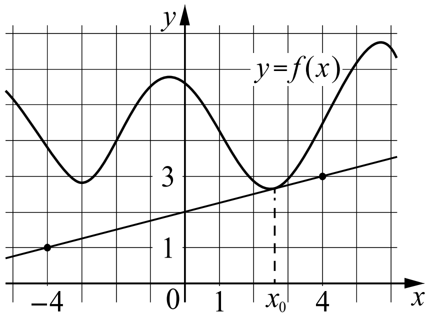
Задание 8 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умения: оперировать понятиями «функция», «экстремум функции», «наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке», «производная функции»; находить уравнение касательной к графику функции; находить производные элементарных функций; использовать производную для исследования функций; находить наибольшее и наименьшее значения функции.

Пример 1
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



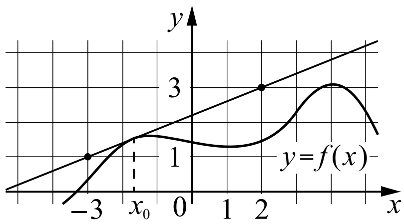
Пример 2

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Пример 3

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Комментарий. Задание верно выполнили больше 60 % участников экзамена. Основные ошибки в решении таких заданий связаны с неверным определением знака производной в точке (знак углового коэффициента прямой), например, больше 3 % участников в примере 1 получили неверный ответ 1,25; в примере 2 – неверный ответ –0,25, в примере 3 – неверный ответ –0,4. Больше 3 % участников экзамена неверно вычислили угловой коэффициент прямой (тангенс угла наклона), получив в примере 1 ответ 0,8, в примере 2 ответ 4, в примере 3 ответ 2,5. Следует обратить внимание на восстановление уравнения прямой, проходящей через две отмеченные точки, например в примере 1 записать уравнение прямой, проходящей через точки (–3; –2) и (1; –7): $y = -1{,}25x - 5{,}75$; тогда при нахождении углового коэффициента исключены ранее названные ошибки. Следует уделять больше внимания развитию понимания идей анализа, а не подменять изучения этого курса развитием формальных алгебраических навыков.

Задание 9 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умения: моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Пример 1
Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 9000$ км/ч^2. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 120 км/ч.

Пример 2
Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 32\,000$ км/ч^2. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 160 км/ч.

Пример 3
Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h (в километрах) над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров? Ответ дайте в километрах.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 70 % участников экзамена. Умение выполнять такой вид заданий очень важно для успешного обучения на первых курсах вузов по техническим специальностям. Получение ошибочных результатов участниками экзамена связано с неверными алгебраическими преобразованиями и вычислениями. Основные ошибки связаны с определением степени 10 (количеством нулей), например больше 5 % участников экзамена получают ответ в 10 или 100 раз больше или меньше верного. Важно обращать внимание школьников на способы проверки проводимых ими вычислений, в том числе на реалистичность получаемого результата. Снижение количества вычислительных ошибок можно также достичь и за счёт выполнения действий, направленных на упрощение вычислений.

Задании 10 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умения: решать текстовые задачи разных типов; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи; исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов.

Пример 1
Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пример 2

Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 288 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 1 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 4 часа. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость баржи на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

Пример 3

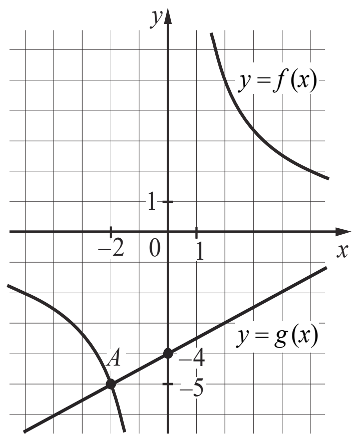
Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 180 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 20 часов. Ответ дайте в км/ч.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 60 % участников экзамена. Типичные ошибки связаны с неумением составить математическую модель и невнимательным прочтением условия задачи, например в примерах 1 и 3 в ответе записывается скорость по течению или скорость против течения реки (около 3 %), а в примере 3 в ответе записывается скорость из A в B.

Задание 11 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умения выражать формулами зависимости между величинами, использовать свойства и графики функций для решения уравнений.

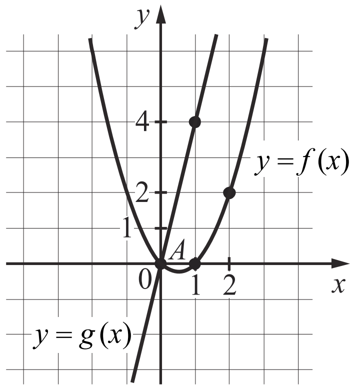
Пример 1

На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Пример 2

На рисунке изображены графики функций $.f(x)=ax^2+bx+c.$ и $g(x)=kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Комментарий. Задание верно выполнили больше 50 % участников экзамена. К сожалению, снижение доли выполнивших данное задание показывает формальное освоение умения работы с функциями у заметного числа учеников, что вызвало снижение уровня выполнения заданий при переходе от анализа графика одной функции к анализу комбинации двух функций.

Задание 12 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умения: оперировать понятиями «экстремум функции», «наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке»; находить производные элементарных функций; использовать производную для исследования функций; находить наибольшие и наименьшие значения функций.

Пример 1

Найдите точку максимума функции $y=x^3-147x+19$.

Пример 2

Найдите точку минимума функции $y=x^3-27x^2+17$.

Пример 3

Найдите точку минимума функции $y=x^3-12x^2+36x+17$.

Комментарий. Задание верно выполнили более 70 % участников экзамена. Основные ошибки связаны с тем, что участники экзамена не следовали стандартному алгоритму, а после нахождения критических точек одну из них записывали в ответ, не выясняя поведения функции в окрестности этой точки. Значительно уменьшилось количество неверных ответов, связанных с нахождением значения функции в точках экстремума.

Задание 13 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов. Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 2.

Пример 1

а) Решите уравнение

$$1-\cos 2x+\sqrt{2}\sin x=\sqrt{2}-2\sin\left(x+\pi\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Пример 2

а) Решите уравнение

$$2-2\cos\left(\pi-2x\right)+\sqrt{8}\cos x=\sqrt{6}+\sqrt{12}\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$.

Пример 3

а) Решите уравнение

$$2\cos x-2\sqrt{3}\cos\left(-x\right)-4\sin^2 x=\sqrt{3}-4.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

Комментарий. Больше 40 % участников экзамена верно выполнили это задание. Типичные ошибки по сравнению с прошлыми годами не изменились: неверное решение простейших тригонометрических уравнений, неверное применение формул приведения или двойного угла, неверное использование свойств четности и нечетности тригонометрических функций. Кроме того, в 2025 г. заметно выросло количество работ, в которых в пункте *б* приведен только ответ, по-видимому, следуя распространенным советам, что полное обоснование требуется только в пункте *а*.

Завершающим шагом решения любого комбинированного тригонометрического уравнения будет нахождение корней простейшего тригонометрического уравнения. Важно не только сформировать у выпускников устойчивые навыки их решения, но и уделять внимание их совершенствованию. Включение простейших тригонометрических уравнений в задания для итогового повторения методически оправданно и принесет пользу участникам экзамена. Также необходимо обратить внимание школьников на наличие в КИМ профильного уровня справочного материала. Ошибок в применении формул двойного угла или приведения можно избежать, если воспользоваться для проверки приведенными в справочном материале формулами. Учитывая, что ответ на вопрос в пункте б может быть получен разными способами (с помощью числовой окружности или прямой, решением неравенств, организованным перебором), следует рекомендовать участникам экзамена в целях проверки найденного ответа провести выборку корней двумя разными способами (записав в бланк один из них).

Задание 14 – геометрическая задача (стереометрия), проверяющая умения: оперировать понятиями «точка», «прямая», «плоскость», «отрезок», «луч», «величина угла», «плоский угол», «двугранный угол», «трехгранный угол», «скрещивающиеся прямые», «параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей», «угол между прямыми», «угол между прямой и плоскостью», «угол между плоскостями», «расстояние от точки до плоскости», «расстояние между прямыми», «расстояние между плоскостями», «площадь фигуры», «объем фигуры», «многогранник», «поверхность вращения», «площадь поверхности», «сечение»; строить сечение многогранника; изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длину, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии. Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 3.

Пример 1

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ известно, что $AB = 1$. Через точку O пересечения диагоналей основания перпендикулярно ребру SC провели плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α проходит через вершины B и D.

б) В каком отношении плоскость α делит ребро SC, считая от вершины S, если площадь сечения равна $\frac{\sqrt{2}}{3}$?

Пример 2

На рёбрах BC, AB и AD правильного тетраэдра $.ABCD.$ отмечены точки L, M и N соответственно. Известно, что $BL : LC = AM : MB = AN : ND = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость α, проходящая через точки L, M, N, делит ребро CD в отношении $2 : 1$, считая от вершины C.

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если $AB = 6$.

Пример 3

В правильной треугольной призме $.ABCA_1B_1C_1.$ все рёбра равны, на ребре AA_1 отмечена точка M. Известно, что $AM = 2MA_1$. Через точки M и C_1 провели плоскость α перпендикулярно грани ABB_1A_1.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро A_1B_1 пополам.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α равна $\sqrt{39}$.

Комментарий. Несколько меньше 5 % участников экзамена полностью и верно решили предложенную им задачу. В 2024 г. наметилась положительная динамика в решении геометрических задач повышенного уровня сложности, которая сохранилась и в 2025 г. Следует отметить, что умение анализировать стереометрическую конструкцию очень важно для дальнейшего продолжения выпускниками школы образования по современным инженерным специальностям. Умение строить сечение многогранника плоскостью развивает у них пространственное воображение, а умение находить его площадь развивает навыки применения знаний по планиметрии в различных ситуациях. Повторять основные факты и методы решения геометрических задач можно, решая задачи не только базового уровня сложности, но и состоящие из двух–четырех шагов, последовательность которых определяется в ходе анализа условия стереометрической задачи. Возможность решить задачу разными способами, отсутствие необходимости искать какой-то один, уникальный способ решения, являются основой успешности ее выполнения или значимого продвижения в получении ответа на пункт *а* или *б*.

Задание 15 – задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов. Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 2.

Пример 1

Решите неравенство $\dfrac{x^3+x^2-x-1}{4^{x^2}-8\cdot 2^{x^2}+16}\geq 0.$

Пример 2

Решите неравенство $\dfrac{3\cdot 27^x-9^{x+1}+3^{x+2}-3}{50x^2-30x+4,5}\geq 0.$

Пример 3

Решите неравенство $\dfrac{3^{3x}-15\cdot 9^x+7\cdot 3^{x+2}-81}{x-1}\leq 0.$

Комментарий. Задание полностью верно выполнили около 20 % участников экзамена. Снижение уровня выполнения данного задания связано с ростом практики «прорешивания» заданий прошлых лет и заданий, предлагаемых в Интернете, вместо систематического изучения и повторения курса алгебры. Решению различных неравенств в школьном курсе математики отведено много времени. Но, к сожалению, большое количество ошибок в них, свидетельствует о том, что основные методы решения неравенств участниками экзамена усвоены плохо. Кроме того, увлеченность на завершающем этапе подготовки к экзамену различными «упрощающими приемами и схемами» преобразования неравенств приводит к рассеиванию внимания и утере навыка применения ранее освоенных методов. Важно отметить, что решение всех неравенств в экзаменационной работе может быть получено теми способами, которые изложены в школьном учебнике, в первую очередь методом интервалов. Следует рекомендовать учителям школ и выпускникам использовать на занятиях повторения, обобщения и систематизации знаний задания из открытого банка заданий ФИПИ, повторять и совершенствовать в применении метод интервалов, а для решения комбинированных неравенств сначала рассматривать стандартные подходы преобразования неравенства в систему или совокупность. И только когда основные приемы усвоены, можно увеличить количество методов решения, включив в арсенал ученика нестандартные подходы. Не менее важным является и полноценная проверка учителем решений ученика. Проверка решений только по ответам может дать ученику ложную уверенность в том, что он решает неравенства верно.

Задание 16 – практико-ориентированная задача по алгебре и началам математического анализа, проверяющая умения: моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры; интерпретировать полученный результат; решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами. Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 2.

Пример 1

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма платежей в 2027 году составит 4830 тыс. рублей?

Пример 2

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму A млн рублей на 60 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2031 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно A, если общая сумма платежей в 2027 году составит 2508 тыс. рублей?

Пример 3

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 27 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равна общая сумма платежей в 2029 году?

Комментарий. Задание полностью верно выполнили около 20 % участников экзамена. Значительное количество работ, в которых по сути решалась другая, шаблонная задача, показывает, с одной стороны, недостаточное развитие у многих участников экзамена умений внимательно читать и анализировать условие задачи, а с другой стороны, рост практики натаскивания на типовые шаблоны вместо систематического повторения. Аналогично прошлому году подавляющее большинство участников экзамена, нашедших путь решения, верно доводит его до конца, что свидетельствует о росте математической культуры выпускников.

Задание 17 – геометрическая задача (планиметрия), проверяющая умения: оперировать понятиями «точка», «прямая», «отрезок», «луч», «величина угла»; использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, а также геометрические отношения; находить и вычислять геометрические величины (длину, угол, площадь), используя изученные формулы и методы. Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 3.

Пример 1

В четырёхугольник $KLMN$ вписана окружность с центром O. Эта окружность касается стороны MN в точке A. Известно, что $\angle MNK = 90°$, $\angle NKL = \angle KLM = 120°$.

а) Докажите, что точка A лежит на прямой LO.

б) Найдите длину стороны MN, если $LA = 1$.

Пример 2

В параллелограмме $ABCD$ с острым углом BAD из вершины B проведены высоты BP и BQ, причём точка P лежит на стороне AD, а точка Q — на стороне CD. На стороне AD отмечена точка M. Известно, что $AM = BP$, $AB = BQ$.

а) Докажите, что $BM = PQ$.

б) Найдите площадь треугольника APQ, если $AM = BP = 8$, $AB = BQ = 10$.

Пример 3

В остроугольном треугольнике ABC угол BAC в два раза больше угла ABC. Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Окружность, описанная около треугольника AOC, пересекает отрезок BC в точках C и P.

а) Докажите, что $AP = BP$.

б) Найдите длину стороны BC, если $AB = 7$, $AC = 4$.

Комментарий. Задание верно выполнили чуть меньше 10 % участников экзамена. Высокий уровень выполнения геометрических заданий части 1 экзамена, к сожалению, пока в недостаточной степени отразился на выполнении задания по планиметрии с развернутым ответом. Следует подкрепить освоение базовых геометрических конструкций и геометрическую интуицию умением проводить доказательные рассуждения в многоходовых заданиях повышенного уровня. Хорошей основой для улучшения геометрической подготовки абитуриентов технических вузов и успешности выполнения данного задания является введение в рамках обновленного ФГОС углубленного курса геометрии в основной школе, со смещением акцента с логического компонента содержания на развитие геометрической интуиции и умений анализировать геометрические конструкции и решать задачи различными способами.

Задание 18, проверяющее умения: оперировать понятиями «тождество», «тождественное преобразование», «уравнение», «неравенство», «система уравнений и неравенств», «равносильность уравнений, неравенств и систем»; решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами. Для этого необходимо продемонстрировать комбинированное владение методами решения задач из разных разделов школьного курса математики. Задание высокого уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 4.

Пример 1

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left(|x-a-1|+|x-a+1|\right)^2 + a\left(|x-a-1|+|x-a+1|\right) + a^2 - 16 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Пример 2

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left(4x+|x-a|-|3x+1|\right)^2 - (a+1)\left(4x+|x-a|-|3x+1|\right) + 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Пример 3

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left(3x+|x-a|+|2x+a+1|\right)^2-a\left(3x+|x-a|+|2x+a+1|\right)+a^2-16=0$$

имеет ровно один корень.

Комментарий. Задание верно выполнили меньше 5 % участников экзамена. Базу для успешного выполнения данного задания создает систематическое освоение курса алгебры, а на этапе итогового повторения – решение заданий на все встречающиеся в школьной программе и действующих учебниках типы функций, не ограничиваясь теми, которые встречались в заданиях ЕГЭ прошлого года.

Задание 19, проверяющего умения: владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; приводить примеры и контрпримеры; проводить доказательные рассуждения при решении задач; оценивать логическую правильность рассуждений; оперировать понятиями: «множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел», «остаток по модулю»; использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; выбирать подходящий метод для решения задачи. Задание высокого уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 4.

Пример 1

На доске записано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых трёх, четырёх, пяти или шести чисел из записанных является целым числом. Одно из записанных чисел равно 30 021.

а) Может ли среди записанных на доске чисел быть число 351?

б) Может ли отношение двух записанных на доске чисел равняться 11?

в) Отношение двух записанных на доске чисел является целым числом n. Найдите наименьшее возможное значение n.

Пример 2

На доске записано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых трёх или пяти чисел из записанных является целым числом.

а) Могут ли среди записанных на доске чисел одновременно быть числа 305 и 1511?

б) Может ли одно из записанных на доске чисел быть квадратом другого, если среди записанных на доске чисел есть число 305?

в) Известно, что среди записанных на доске чисел есть число n и его квадрат n^2. Найдите наименьшее возможное значение n.

Пример 3

На доске записано некоторое количество последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять делятся на 20.

а) Могло ли среди записанных чисел быть больше пяти чисел, делящихся на 21?

б) Могло ли среди записанных чисел быть меньше пяти чисел, делящихся на 15?

в) Найдите наибольшее возможное число k, такое, что среди записанных чисел больше пяти чисел делятся на k.

Комментарий. Задание полностью верно выполнили менее 2 % участников экзамена. Оно не требует для своего выполнения использования методов и понятий, выходящих за рамки школьной программы, но требует уверенного владения всем курсом математики, готовности пробовать различные подходы к решению. Успешность решения состоит не в преодолении технических сложностей, а в умении применять изученные в разных разделах школьного курса математики методы решения в нестандартной ситуации. Необходима хорошо развитая математическая и логическая культура. Развитие таких навыков, особенно важных в век искусственного интеллекта, происходит начиная с 5–6 классов. Задача имеет высокий потенциал роста процента выполнения в ближайшие годы.

При выполнении задания нельзя следовать навязанным шаблонам, например что в пункте *а* – всегда ответ «да» и нужно привести пример. Вместе с тем, при его выполнении достаточно умения понять условие задачи, проявить небольшую сообразительность и минимальное терпение, чтобы обнаружить нужную математическую конструкцию или привести аргументы, почему построение примера невозможно. В старших классах и во время итогового повторения также необходимо использовать решения разнообразных по тематике несложных нетиповых задач, имеющихся в том числе в банке открытых заданий ФИПИ.

В 2025 г. на ЕГЭ по математике профильного уровня большинство участников продемонстрировало уверенные навыки освоения ключевых понятий, фактов, методов углубленного курса математики, необходимых для продолжения образования в технических вузах. Заметно снизился процент технических ошибок в заданиях части 1 экзамена. При этом сохраняется высокий потенциал роста выполнения заданий части 2 особенно геометрических заданий, который позволит повысить число хорошо подготовленных абитуриентов ведущих вузов.

Геометрические задания 14 и 17 традиционно вызывают сложности ввиду многообразия идей и методов их решения. В 2024 г. наметилась небольшая положительная динамика в их решении, которая сохранилась и в 2025 г. Задача по геометрии повышенного уровня сложности с развернутым ответом в своем условии содержит два вопроса, один из которых – на доказательство, а другой – на вычисление значения заданной величины. При этом утверждение, предложенное для доказательства, может быть использовано в получении ответа на второй вопрос. Такая тактика продвижения в решении задачи участниками экзамена использовалась достаточно часто и свидетельствует о самостоятельности в поиске пути решения, хорошей геометрической эрудиции. Немаловажным условием успеха в решении таких задач стала предусмотренная на ЕГЭ возможность решить задачу разными способами, применить различные подходы и методы решения.

Для успешного выполнения заданий части 2 также важно умение проводить многоходовые рассуждения – умение, весьма важное для успешного обучения в вузе и формируемое на протяжении нескольких лет изучения профильного курса математики.

По результатам выполнения экзаменационной работы явно выделяются четыре группы участников экзамена.

Группа 1. Тестовый балл – 0–22; первичный балл – 0–4.

Описание уровня подготовки этой группы участников экзамена: имеют низкую мотивацию к обучению, школьный курс математики не освоен даже на базовом уровне, не владеют основными алгоритмами решения типовых задач.

Группа 2. Тестовый балл – от минимального балла до 60; первичный балл – 5–10.

Описание уровня подготовки этой группы участников экзамена: решают задачи части 1 экзамена, только если распознали тип задания, имеют представления о подходах к решению некоторых задач из части 2 экзаменационной работы.

Группа 3. Тестовый балл – 61–80; первичный балл – 11–17.

Описание уровня подготовки этой группы участников экзамена: успешно справляются с большинством заданий части 1 и владеют алгоритмами решения избирательной группы заданий из части 2 экзамена (уравнение с отбором корней, неравенство, экономическая задача, продвижение в задаче с числовыми зависимостями).

Группа 4. Тестовый балл – 81–100; первичный балл – 18–32.

Описание уровня подготовки этой группы участников экзамена: нацелены на получение высокого результата и продолжения своего образования в вузах с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов; решая задачи повышенного или высокого уровня сложности, ставят перед собой цель максимального продвижения с фиксированием каждого промежуточного шага или этапа решения, при этом допускают ошибки в решении задач части 1 (базового уровня).

В таблице 2 показано распределение процентов выполнения заданий по группам первичных баллов ЕГЭ по математике профильного уровня.

Таблица 2

Задание	**Средний процент выполнения**	**Группа 1, 0–4 ПБ**	**Группа 2, 5–10 ПБ**	**Группа 3, 11–17 ПБ**	**Группа 4, 18–32 ПБ**
1	82,2	29,9	69,8	92,5	97,6
2	94,2	55,2	92,2	98,2	99,1
3	67,7	14,1	48,2	81,1	91,8
4	94,9	66,2	93,1	98,0	98,8
5	65,2	11,2	42,9	80,1	92,3
6	94,5	46,8	92,9	99,1	99,7
7	84,4	20,4	71,3	96,4	99,5
8	75,6	10,4	55,4	91,3	97,6
9	83,4	13,3	71,9	95,0	98,0
10	73,8	7,4	50,6	91,2	97,5
11	74,4	5,1	47,5	94,4	99,3
12	79,5	10,4	64,8	92,5	97,0
13	43,1	0,1	3,8	63,3	95,5
14	6,0	0,0	0,14	2,8	41,1
15	19,2	0,02	0,36	20,1	83,2
16	17,6	0,03	0,38	17,6	78,7
17	7,7	0,03	0,26	4,3	49,3
18	1,9	0,0	0,03	0,86	13,1
19	1,5	0,03	0,25	1,0	8,2

Важно отметить, что в 2025 г. разрыв между уровнями алгебраической подготовки и геометрической подготовки выпускников снизился, но он сохранился и явно прослеживается у участников экзамена из групп 3 и 4. Наиболее ярко сравнительный анализ успешности освоения курса алгебры и курса геометрии виден на результатах наиболее успешной группы 4. При этом достаточно ограничиться заданиями 13–17 части 2, поскольку задания части 1 участники из этой группы выполняют практически полностью (более 90 %).

Задания 13, 15 и 16 выполняют соответственно 95,5 %, 83,2 % и 78,7 % участников из группы 4, а задания 14 и 17 выполняют лишь соответственно 41,1 % и 49,3 % участников из этой группы. Основная причина в том, что даже у наиболее подготовленных школьников геометрия вызывает определенные трудности, поскольку каждая геометрическая задача проверяет умения проводить самостоятельное письменное доказательство геометрического факта с опорой на определения, теоремы курса и находить по данным величинам другие геометрические величины, используя изученные фигуры и методы решений геометрических задач. Конечно, планиметрическая задача 17 требует немало времени на выполнение и анализ чертежа, поиск ключевых элементов конфигурации, решение нескольких вспомогательных подзадач, но самая большая трудность для всех участников экзамена, а не только для этой группы, – записать грамотно решение геометрической задачи. Даже решение стандартной стереометрической задача 14 у хорошо подготовленного и мотивированного участника экзамена занимает больше времени, чем, скажем, решение задачи 16, которая требует объективно намного большего объема обработки информации, иногда составления таблицы, применения нескольких алгоритмов и арифметических вычислений с многозначными числами. Можно предположить, что участник экзамена, выполняющий задание 16 и пропускающий задание 14 или выполняющий его с ошибкой, не видит стандартных алгоритмов, которые он мог освоить на уроках геометрии. При хорошей математической подготовке решение задачи 14 занимает в 1,5–2 раза меньше времени, чем задача 16, и не больше, чем задача 15.

Наиболее подготовленные участники, которые заранее планируют время и выстраивают тактику решения задач на экзамене, относят решение стереометрической задачи на оставшееся время. Отработка стандартных алгоритмов построения сечения, нахождения элементов призмы и пирамиды по-прежнему остается неиспользованным ресурсом повышения уровня математической подготовки выпускников.

В прошлые годы в наиболее многочисленной группе 2 явно выделялась «граница успешности», совпадающая с границей между заданиями с кратким ответом и развернутым ответом. В этом году эта граница проявляется еще четче. Выполнение заданий 1–12 в группе 2 – на уровне не менее чем 42,9 %. Задание 13 – наиболее успешное задание части 2 – выполнено лишь на уровне 3,8 %. Возникает предположение, что значительная часть, если не большинство, участников этой группы попадает в нее лишь потому, что не владеет математической речью в той степени, которая необходима для ясного изложения мыслей при выполнении заданий с развернутым ответом. При этом у них уровень математического мышления, техника математических преобразований и вычислений может быть достаточно развита. Можно также предположить, что проблема кроется в злоупотреблении письменными видами работы, тестами, краткими ответами; при этом школьники имеют мало практики в устных ответах, развернутых письменных математических сочинениях. Такой школьник может решить уравнение или неравенство, понимает математический смысл задачи, но в силу отсутствия практики не может ясно и последовательно записать решение.

Реализация регионами и образовательными учреждениями перехода на углубленное математическое образование с 7–9 классов создает серьезную базу для роста результатов ЕГЭ по математике в ближайшие годы. Существенным недостатком в подготовке к ЕГЭ по математике является непрерывное решение с обучающимися вариантов экзамена прошлых лет (или из сборников типовых вариантов), обусловленное стремлением разобрать как можно больше типов задач, и замена самостоятельного решения задач на просмотр видеороликов в сети Интернет. Целесообразно наряду с системным изучением школьного курса математики проводить уроки и занятия тематического повторения, уделять особое внимание решению задач, которые обучающиеся решают уверенно.

При подготовке учащихся к государственной итоговой аттестации особое внимание должно быть сосредоточено на подготовке к безошибочному выполнению заданий части 1 экзаменационной работы. Это позволит в первую очередь на первом курсе вуза создать крепкий фундамент для обучения математике по широкому спектру тем, отработать безошибочное выполнение математических действий.

Для успешного выполнения заданий 13–17 необходим дифференцированный подход в работе с наиболее подготовленными учащимися. Это относится и к работе на уроке, и к дифференциации домашних заданий и заданий, предлагаемых учащимся на контрольных, проверочных, диагностических работах.

Заметное количество ошибок в чтении и понимании условий задач диктует необходимость обратить внимание на развитие метапредметных умений и навыков обучающихся. Кроме того, важно уделять внимание способам установления зависимости: между величинами в задаче, между условием и вопросом, между результатом решения составленной математической модели и условием (интерпретацией результата). Важными условиями успешности являются обсуждение различных подходов и методов решения одной и той же задачи, сравнение различных способов решение, их трудоемкости и способов упрощения. Целесообразно на уроках повторения, обобщения и систематизации знаний явно выделять, какой математический факт или какое утверждение стали ключевыми в решении и позволили успешно решить задачу.

Нужно обратить внимание на изучение не только геометрии непосредственно с 7 класса, когда начинается систематическое изучение этого предмета, но и наглядных аспектов геометрии в 5–6 классах и начальной школе. Обучающиеся в ходе изучения геометрии должны последовательно овладевать навыками и методами решения задач. Важно обращать внимание на возможность применения разных подходов и способов решения одной и той же задачи, всесторонне показывать, что нет необходимости искать единственный путь решения предложенной задачи, даже вариативность нахождения промежуточных элементов должна быть обсуждена на уроке.

Для успешного выполнения задания 15 (решение неравенств) необходимо обратить внимание на изучение метода интервалов при решении неравенств. Именно формальное применение этого метода приводит к большому количеству ошибок у участников экзамена, причем важно сформировать устойчивое умение решения неравенств еще в курсе алгебры основной школы.

При организации дифференцированной подготовки учащихся 10–11 классов к ЕГЭ по математике профильного уровня необходимо учитывать результаты 2025 г. и организовывать группы с акцентом на темах, которые вызвали затруднения:

– «Планиметрические задачи на нахождение геометрических величин»;

– «Стереометрические задачи на нахождение геометрических величин»;

– «Решение рациональных, дробно-рациональных, квадратных, показательных, логарифмических неравенств и их систем»;

– «Текстовые задачи»;

– «Производные и первообразные элементарных функций», «Наибольшее и наименьшее значения функции. Экстремумы».

Особое внимание следует уделять изучению стереометрии: традиционно задания по стереометрии имеют самые низкие результаты выполнения. Как уже было отмечено, во многом это связано с тем, что стереометрические задания не дают много первичных баллов, а для того, чтобы научиться их решать, требуется много сил и времени. Также это может быть следствием того, что вместо изучения стереометрии в старших классах много времени уделяется решению простейших задач по планиметрии, обеспечивающих выпускникам выполнение заданий с кратким ответом на ЕГЭ. Необходимо органичное включение повторения планиметрии в курс стереометрии.

Старт итогового повторения рекомендуется начать с диагностики в первом полугодии 11 класса, что позволит, в частности, помочь ученикам провести обоснованный выбор уровня экзамена. Во втором полугодии интенсивная подготовка должна предваряться встраиванием индивидуализированной траектории на основе анализа текущего уровня подготовки и необходимых баллов для поступления на выбранную программу. Задания открытого банка ФИПИ рекомендуется использовать не только на этапе подготовки, но и в ходе текущего освоения тем, что позволит ученику заранее ознакомиться с формой заданий экзамена.

ЕГЭ 2025 г. по математике базового уровня

ЕГЭ по математике базового уровня предназначен для проведения государственной итоговой аттестации выпускников, не планирующих продолжения образования в профессиях, предъявляющих специальные требования к уровню математической подготовки. В КИМ ЕГЭ по математике базового уровня проверяется овладение ФГОС базового уровня по математике с акцентом на применение полученных знаний на практике, развитость логического мышления, сформированность умений работать с различной информацией и применять математический аппарат в массовых гуманитарных профессиях

КИМ ЕГЭ по математике базового уровня содержали 21 задание с кратким ответом. В начале работы предложены практико-ориентированные задания, позволяющие участнику экзамена продемонстрировать умение применять полученные знания из различных разделов математики при решении практико-ориентированных задач, затем следуют блоки заданий по геометрии, алгебре и началам математического анализа.

Модель КИМ ЕГЭ базового уровня по сравнению с 2024 г. не изменилась.

В 2025 г. в целом сохранилась долгосрочная тенденция плавного роста математической подготовки выпускников школы, не планирующих поступать в вузы на специальности, в конкурсе на которые учитывается математика. В частности, если 10 лет назад аттестационный порог составлял 3 задания при высоком проценте неуспешности, то сейчас аттестационный порог – 7 заданий, который преодолевают уже более 96 % участников экзамена. Неудовлетворительные результаты получают участники экзамена, которые фактически не были готовы к освоению программы старшей школы, имели низкий результат на ОГЭ и серьезные проблемы в математической подготовке, которые не были своевременно выявлены и ликвидированы. Также следует отметить имеющиеся сложности у большинства таких участников экзамена в чтении и понимании условия задачи.

Следует совмещать изучение систематического курса математики со своевременным выявлением и ликвидацией пробелов с использованием механизмов текущего контроля, а также инструментов ВПР.

Ниже рассмотрены результаты выполнения типичных заданий базового ЕГЭ по математике в 2025 г. с указанием вероятных причин низкой результативности выполнения ряда заданий.

В таблице 3 приведены результаты выполнения заданий базового ЕГЭ по темам.

Таблица 3

Код темы	Название темы	№ в КИМ	Уровень	Ср. % вып.
1.1, 1,8	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Преобразование выражений	1	Б	91,8
1.1, 1.2	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	2	Б	94,8
1.1, 3.2, 6.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Описательная статистика	3	Б	96,3
1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.8, 2.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени. Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Преобразование выражений. Целые и дробно-рациональные уравнения	4	Б	83,5
6.2	Вероятность	5	Б	81,7
1.1, 1.2, 1.8	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Преобразование выражений	6	Б	74,1
3.1, 3.2	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке	7	Б	91,8

Код темы	Название темы	№ в КИМ	Уровень	Ср. % вып.
5.2	Логика	8	Б	94,8
7.1	Фигуры на плоскости	9	Б	96,3
7.1	Фигуры на плоскости	10	Б	83,5
7.3, 7.4	Многогранники. Тела и поверхности вращения	11	Б	81,7
7.1	Фигуры на плоскости	12	Б	74,1
7.3, 7.4	Многогранники. Тела и поверхности вращения	13	Б	59,3
1.2, 1.8	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Преобразование выражений	14	Б	81,4
1.2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	15	Б	83,7
1.3, 1.4, 1.6, 1.8	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями. Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений	16	Б	62,2
2.1, 2.2, 2.4	Целые и дробно-рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения	17	Б	62,6
1.3, 1.4, 2.5, 2,6, 2.7	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени. Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Целые и дробно-рациональные неравенства. Иррациональные неравенства. Показательные и логарифмические неравенства	18	Б	32,5
1.1, 1.8	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Преобразование выражений	19	Б	45,6
2.1, 2.9	Целые и дробно-рациональные уравнения. Системы и совокупности уравнений и неравенств	20	Б	29,3
1.1, 2.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Целые и дробно-рациональные уравнения	21	Б	30,0

Для анализа выполнения заданий КИМ ЕГЭ использованы иллюстрации с заданиями вариантов 2025 г. Каждое из использованных для анализа заданий выполняли не менее 7000 участников экзамена из разных регионов. Выборку можно считать репрезентативной.

Все прототипы заданий, включаемых в варианты КИМ ЕГЭ по математике базового уровня, представлены в открытом банке заданий ФИПИ и могут быть использованы при организации как итогового повторения, так и текущего прохождения материала во время обучения в школе.

Задание 1 – практико-ориентированная задача.

Пример 1

Стоимость проездного билета на месяц составляет 655 рублей, а стоимость билета на одну поездку – 25 рублей. Аня купила проездной и сделала за месяц 47 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?

Пример 2

Теплоход рассчитан на 710 пассажиров и 35 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее количество шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Пример 3

В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 7 недель?

Комментарий. Задание верно выполнили больше 80 % участников экзамена. Десятая часть участников экзамена испытывает сложности с построением простейшей математической модели, у них недостаточно сформированы арифметические навыки, и, как следствие, им сложно освоить не только курс математики, но и курсы других естественных наук. Основная проблема – невнимательное чтение условия задачи. Больше 5 % участников экзамена неверно выбрали способ округления до целого числа – в примерах 2 и 3 округлили с недостатком, получив ответы 12 и 11 соответственно, а в примере 1 в ответе записали 1175 – стоимость разовых поездок.

Задание 2 – задача, проверяющая умения решать текстовые задачи разных типов, исследовать полученное решение, оценивать правдоподобность результатов, оценивать размеры объектов окружающего мира.

Пример 1

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) время одного оборота Земли вокруг Солнца	1) 15 часов
Б) золотой норматив ГТО по бегу на 100 м для девушек 16–17 лет	2) 1,5 часа
В) время в пути поезда Петрозаводск – Москва	3) 365 суток
Г) длительность лекции в вузе	4) 15,8 секунды

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Пример 2

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса грузовой машины	1) 20 мг
Б) масса дождевой капли	2) 12 кг
В) масса собаки	3) 10 г
Г) масса грецкого ореха	4) 8 т

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Пример 3

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) толщина лезвия бритвы	1) 5642 м
Б) рост новорождённого ребёнка	2) 4300 км
В) высота горы Эльбрус	3) 50 см
Г) длина реки Енисей	4) 0,08 мм

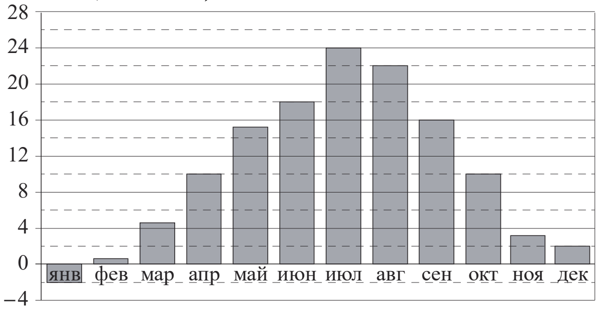
В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Комментарий. Задание верно выполнили около 90 % участников экзамена. Успешное выполнение задания достигнуто развитым в ходе решения практико-ориентированных задач курса математики представлением о реальных величинах. Основные ошибки – неполный анализ условия задачи и незнание значений приставок «деци», «кило», «санти» и «милли». Например, в примере 1 время в пути поезда Петрозаводск – Москва посчитали 1,5 часа (под «В» записали цифру 2) и в таблице под «Г», не читая, поставили оставшуюся цифру 1, получив, что длительность лекции в вузе составляет 15 часов; в примере 2 масса дождевой капли оказалась равной 10 г, а масса грецкого ореха автоматически (не читая) стала равной 20 мг; в примере 3 высота Эльбруса получилась 4300 км и автоматически длина Енисея равна 5642 м.

Задание 3 – задача, проверяющая умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

Пример 1

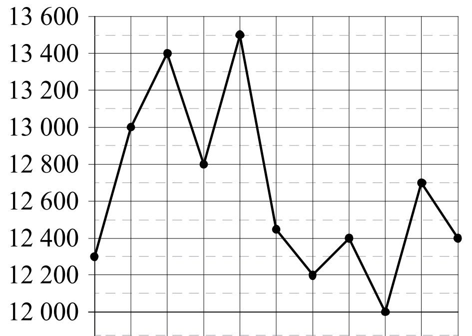
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указаны месяцы, по вертикали — температура (в градусах Цельсия).



Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в Симферополе в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия

Пример 2

На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена никеля (в долларах США) за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в период с 7 по 15 мая включительно. Ответ дайте в долларах США за тонну.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 90 % участников экзамена. Различные способы представления данных рассмотрены на протяжении всего школьного курса математики. Постоянное применение умения читать графики и диаграммы не только при обучении в школе, но и в различных жизненных ситуациях обеспечило успешность выполнения этого задания. Основные ошибки небольшой доли участников экзамена связаны с невнимательным чтением условия, например, в примере 1 в ответе записали наименьшую температуру вместо наибольшей, а в примере 2 не обратили внимание на данный период – с 7 по 15 мая, записав в ответе наименьшую цену за весь период.

Задание 4 – задача, проверяющая умения выполнять вычисление значений и преобразования выражений, решать текстовые задачи разных типов.

Пример 1

В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси длительностью меньше 5 минут составляет 150 рублей. Если поездка длится 5 минут или больше, то её стоимость (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах $(t \geq 5)$. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 25-минутной поездки. Ответ укажите в рублях.

Пример 2

Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1, если $d_2 = 18$, $.\sin\alpha = \frac{1}{3}$,. а $S = 27$.

Пример 3

Среднее геометрическое чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 2, 4, 27.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 50 % участников экзамена. Ошибки, которые допускали участники экзамена при выполнении этого задания, были связаны с неверным определением значений заданных величин, порядком выполнения действий и неверными вычислениями. В примере 1 больше 10 % участников экзамена допустили ошибку в порядке действий, получив ответ 3220; в примере 2 больше 3 % нашли числовой коэффициент в правой части после подстановки известных величин и записали его в ответе; в примере 3 больше 3 % просто нашли значение подкоренного выражения, а 6 % участников экзамена вместо извлечения корня 3-й степени найденное подкоренное выражение поделили на 3.

Задание 5 – задача, проверяющая умение вычислять в простейших случаях вероятности событий.

Пример 1

В фирме такси в наличии 15 легковых автомобилей: 9 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на боках, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Пример 2

Вася, Петя, Олег, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру будет Петя.

Пример 3

На семинар приехали 6 учёных из Норвегии, 5 из России и 9 из Испании. Каждый учёный подготовил один доклад. Порядок докладов определяется случайным образом. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад учёного из России.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 60 % участников экзамена. Типичные ошибки при выполнении этих заданий связаны с неверным чтением условия задачи и неумением анализировать вероятностную модель при формальном заучивании правил для вычислений вероятностей по формулам. Невнимательное прочтение условия задачи привело в примере 1 к получению ответа 0,6, в примере 2 – 0,25, в примере 3 – 0,4, что, скорее всего, связано с неверным представлением обыкновенной дроби в виде десятичной.

Задание 6 – задача, проверяющая умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

Пример 1

Турист подбирает экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

Номер экскурсии	Посещаемые объекты	Стоимость (руб.)
1	Крепость, загородный дворец	350
2	Загородный дворец	100
3	Музей живописи	200
4	Парк	350
5	Парк, музей живописи	300
6	Парк, крепость	350

Пользуясь таблицей, подберите набор экскурсий так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превысила 700 рублей.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Пример 2

В таблице приведены данные о шести сумках.

Номер сумки	Длина (см)	Высота (см)	Ширина (см)	Масса (кг)
1	52	38	15	8,5
2	50	35	24	9,1
3	62	49	16	9,6
4	46	32	15	11,5
5	48	31	18	9,8
6	65	47	12	7,4

По правилам авиакомпании в ручную кладь может быть взята сумка, размеры которой не превышают 55 см в длину, 40 см в высоту, 20 см в ширину и масса которой не превышает 10 кг. Какие сумки можно взять в ручную кладь по правилам этой авиакомпании?

В ответе укажите номера всех выбранных сумок без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Пример 3

Для обработки дачного участка дачнику необходимо приобрести: лопату, тяпку, вилы и грабли. В магазине продаются наборы инструментов, некоторые наборы состоят из одного инструмента. Цены приведены в таблице.

Номер набора	Инструменты	Цена (руб. за штуку)
1	Вилы	180
2	Грабли	130
3	Лопата	130
4	Тяпка, лопата	380
5	Тяпка, вилы	460
6	Грабли, вилы	340

Пользуясь таблицей, соберите полный комплект необходимых инструментов так, чтобы суммарная стоимость была наименьшей.

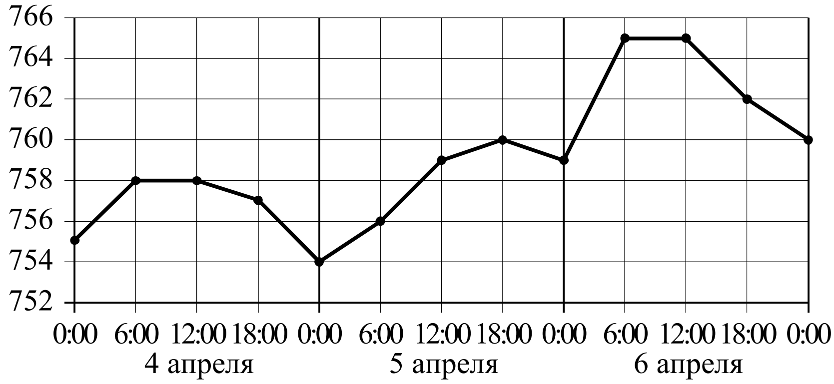
В ответе для собранного комплекта укажите номера наборов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Комментарий. Задание верно выполнили около 80 % участников экзамена. Успешность выполнения этого задания обеспечена хорошей сформированностью у выпускников школы комплекса умений: извлекать необходимую информацию из текста задачи, табличных данных; строить математическую модель в виде числового выражения; проводить арифметические вычисления; проводить оценку полученного результата в соответствии реалистичностью его значения. Невнимательное чтение условия привело к неверным ответам: в примере 1 больше 17 % записали ответ 236 – стоимость набора превышает 700 р. (не обратили внимание на частицу «не»); в примере 3 записали вместо набора 124 его стоимость – 690.

Задание 7 – задача, проверяющая умения: «оперировать понятиями функция», «непрерывная функция», «производная»; определять значение функции по значению аргумента; описывать по графику поведение и свойства функции.

Пример 1

На рисунке точками показано атмосферное давление в некотором городе на протяжении трёх суток, с 4 по 6 апреля 2013 года. В течение суток давление измеряется 4 раза: в 00:00, в 06:00, в 12:00 и в 18:00. По горизонтали указаны время и дата, по вертикали — давление (в миллиметрах ртутного столба). Для наглядности точки соединены линиями.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику атмосферного давления в этом городе в течение этого периода.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) утро 4 апреля (с 6 до 12 часов)	1) давление падало
Б) утро 5 апреля (с 6 до 12 часов)	2) давление не изменялось и было ниже 760 мм рт. ст.
В) утро 6 апреля (с 6 до 12 часов)	3) давление росло
Г) день 6 апреля (с 12 до 18 часов)	4) давление не изменялось и было выше 764 мм рт. ст.

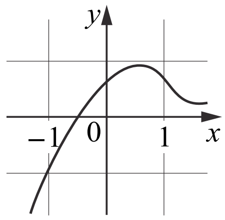
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер характеристики.

Пример 2

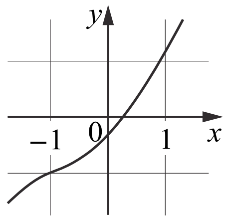
Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке $[-1;\,1]$.

ГРАФИКИ

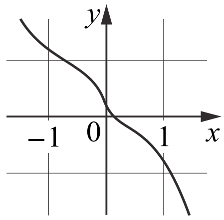
А)



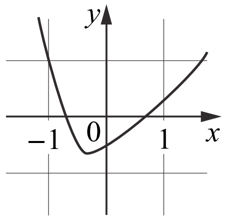
В)



Б)



Г)



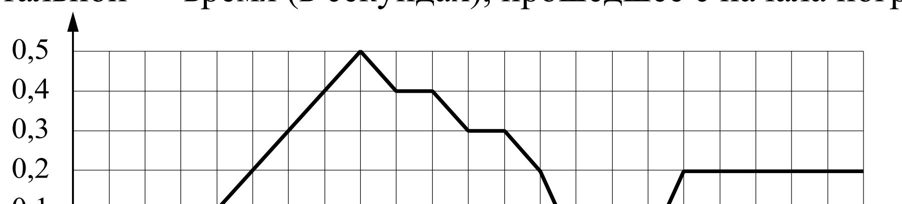
ХАРАКТЕРИСТИКИ

1) на отрезке $[-1;\,1]$ функция убывает
2) на отрезке $[-1;\,1]$ функция имеет точку максимума
3) на отрезке $[-1;\,1]$ функция имеет точку минимума
4) на отрезке $[-1;\,1]$ функция возрастает

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер характеристики.

Пример 3

На графике изображена зависимость скорости погружения батискафа от времени. На вертикальной оси отмечена скорость (в м/с), на горизонтальной — время (в секундах), прошедшее с начала погружения.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику погружения батискафа на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0–60 с	1) скорость погружения не меньше 0,3 м/с на всём интервале
Б) 60–120 с	2) скорость погружения постоянно росла
В) 120–180 с	3) в течение 30 секунд подряд батискаф оставался на одной глубине
Г) 180–240 с	4) скорость погружения не больше 0,1 м/с на всём интервале

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер характеристики.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 80 % участников экзамена. Сформированные у участников экзамена наглядные представления об основных идеях математического анализа позволяют успешно выполнять данное задание, опираясь на анализ текста и графика. Следует усиливать данный акцент при изучении математического анализа на базовом уровне.

Задание 8 – задача, проверяющая умение проводить доказательные рассуждения.

Пример 1

В доме Кости больше этажей, чем в доме Олега, в доме Тани меньше этажей, чем в доме Олега, а в доме Феди больше этажей, чем в Танином доме. Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) В Костином доме больше этажей, чем в Танином.
2) Дом Тани самый малоэтажный среди перечисленных четырёх.
3) Среди этих четырёх домов есть три дома с одинаковым числом этажей.
4) В доме Тани больше этажей, чем в доме Феди.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Пример 2

Когда какая-нибудь кошка идёт по забору, собака Жучка, живущая в будке возле дома, обязательно лает. Выберите все утверждения, которые верны при приведённом условии.

1) Если Жучка не лает, значит, по забору идёт кошка.
2) Если по забору пойдёт кошка Муся, Жучка будет лаять.
3) Если Жучка молчит, значит, кошка по забору не идёт.
4) Если по забору идёт сиамская кошка, Жучка не лает.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Пример 3

Кондитер испёк 40 печений, из них 10 штук он посыпал корицей, а 20 штук посыпал сахаром (кондитер может посыпать одно печенье и корицей, и сахаром, а может вообще ничем не посыпать). Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Не может оказаться 12 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.
2) Найдётся 13 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.
3) Если печенье посыпано сахаром, то оно посыпано и корицей.
4) Найдётся 5 печений, которые ничем не посыпаны.

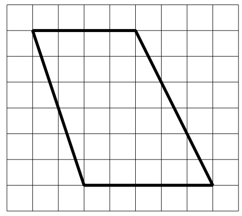
В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 70 % участников экзамена. Успешность решения задачи обеспечивается хорошо сформированными умениями: работать с текстом; устанавливать логические связи между представленными в сюжете задачи утверждениями; рассуждать, строить логические умозаключения по условию задачи; устанавливать следственные связи между событиями в практической ситуации; отвечать на вопрос задачи, определяя истинность или ложность заданных утверждений. Часть ошибок связана с непониманием формулировки задания с множественным выбором – необходимо указать номера всех верных утверждений, а не только одного из них.

Задание 9 – задача, проверяющая умения: использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, оценивать размеры объектов окружающего мира.

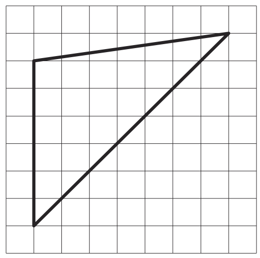
Пример 1

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м}\times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



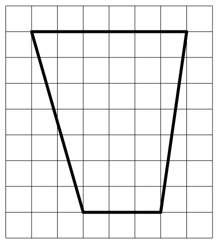
Пример 2

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м}\times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Пример 3

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м}\times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

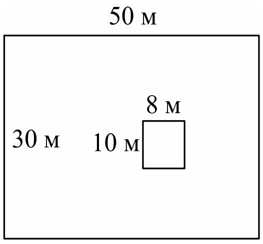


Комментарий. Задание верно выполнили около 70 % участников экзамена. Достаточно высокий процент выполнения задания показывает успешное освоение умения решать геометрические задания на готовых чертежах. Ошибки в основном связаны с неверным подсчетом длин отрезков, наличие справочных материалов позволит осуществить дальнейшее снижение процента ошибок в данном задании.

Задание 10 – задача, проверяющая умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии.

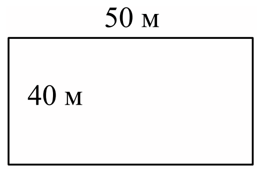
Пример 1

Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 50 м и 30 м. Дом, расположенный на участке, на плане также имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 8 м и 10 м. Найдите площадь оставшейся части участка, не занятой домом. Ответ дайте в квадратных метрах.



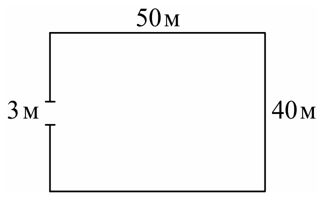
Пример 2

Участок земли для строительства дачи имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 50 м и 40 м. Одна из бо́льших сторон участка идёт вдоль реки, а три остальные стороны нужно огородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.



Пример 3

Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника равны 40 м и 50 м. Найдите длину забора (в метрах), которым нужно огородить участок, предусмотрев проезд шириной 3 м.

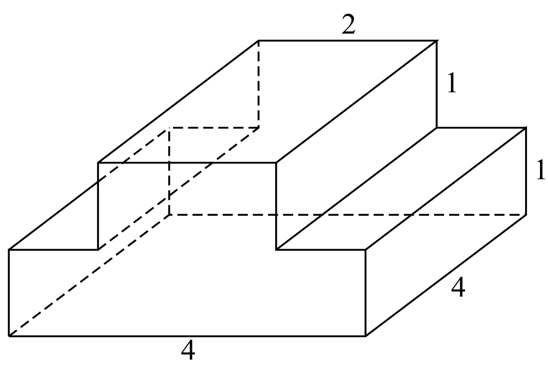


Комментарий. Задание выполнили около 80 % участников экзамена. Достаточно высокий процент выполнения задания показывает успешное освоение умения решать практико-ориентированные задания базового уровня. Определенным резервом дальнейшего снижения процента ошибок является развитие умения внимательного чтения условия задачи.

Задание 11 – задача, проверяющая умения решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

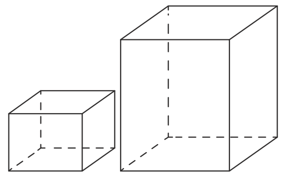
Пример 1

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Числа на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



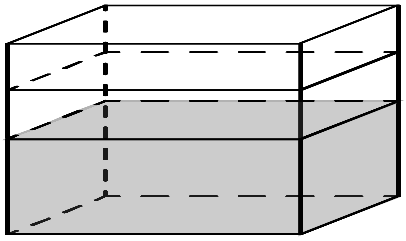
Пример 2

Даны две коробки, имеющие форму правильной четырёхугольной призмы, стоящей на основании. Первая коробка в четыре раза ниже второй, а вторая — в полтора раза шире первой. Во сколько раз объём второй коробки больше объёма первой?



Пример 3

В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 70 см, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 5 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

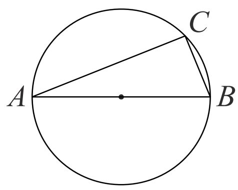


Комментарий. Задание верно выполнили около 30 % участников экзамена. Для многих участников экзамена, приступивших к решению этой задачи, оказалось сложным формализовать условие представленной в сюжете практической ситуации, чтобы применить хорошо известные и представленные в справочном материале формулы нахождения площади поверхности многогранника, нахождения объема тела. Кроме того, непонимание физического смысла изменения объёма жидкости при погружении в него некоторого тела не позволило верно найти соотношение объемов прямоугольных параллелепипедов при заданном отношении их измерений.

Задание 12 – задача, проверяющая умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии.

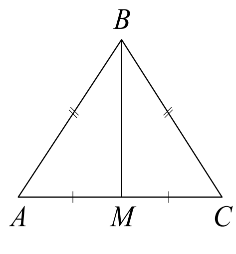
Пример 1

На окружности радиусом 3 отмечена точка C. Отрезок AB — диаметр окружности, $AC = 2\sqrt{5}$. Найдите длину хорды BC.



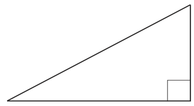
Пример 2

В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 15$, $AC = 18$. Найдите длину медианы BM.



Пример 3

Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна $2\sqrt{5}$, а один из катетов равен 2.

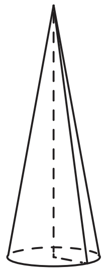


Комментарий. Задание верно выполнили около 50 % участников экзамена. Уровень выполнения заданий свидетельствует о несформированности распознавания прямоугольного треугольника и умения решать задачи на нахождение сторон прямоугольного треугольника.

Задание 13 – задача, проверяющая умения решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

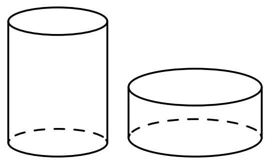
Пример 1

Объём конуса равен 24π, а радиус его основания равен 2. Найдите высоту конуса.



Пример 2

Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого цилиндра равны соответственно 9 и 8, а второго — 12 и 3. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого цилиндра больше площади боковой поверхности второго цилиндра?



Комментарий. Задание верно выполнили около 50 % участников экзамена. Простейшие стереометрические задания, сопровождаемые готовым чертежом, должны быть посильными большинству участников экзамена. В процессе повторения и систематизации материала следует уделить повышенное внимание формированию навыка использования справочных материалов, в основном курсе сформировать навыки их применения и уделить больше внимания решению задач наглядной стереометрии, в частности на нахождение соотношений объемов и площадей боковых поверхностей прямоугольных параллелепипедов, тел вращения при заданном отношении их измерений.

Задание 14 – задача, проверяющая умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений.

Пример 1

Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{7}\right):\frac{17}{21}$.

Пример 2

Найдите значение выражения $\frac{2,4}{5,4-7,8}$.

Комментарий. Задание верно больше 84 % участников экзамена. Основные ошибки при выполнении задания связаны с определением положения запятой при выполнении действий и с определением знака числового выражения.

Задание 15 – задача, проверяющая умения выполнять вычисление значений и преобразования выражений, решать текстовые задачи разных типов.

Пример 1

В городе 80 000 жителей, причём 45 % из них — пенсионеры. Сколько пенсионеров в этом городе?

Пример 2

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 10 %. Книга стоит 330 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Комментарий. Задание верно выполнили более 80 % участников экзамена. Как ежегодно отмечается, допущенные ошибки свидетельствуют о неверном применении алгоритма нахождения числа по его процентам. Формальный свод правил действий в типовых задачах на проценты не позволяет выпускникам правильно распознавать то правило, которое нужно применить, и получить верный числовой результат. Необходимо сохранить в практике преподавания математики тенденцию замены выполнения формальных действий на развитие математического мышления, понимание смысла выполняемых действий, в том числе и арифметических.

Задание 16 – задача, проверяющая умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений.

Пример 1

Найдите значение выражения $\log_6 1,5+\log_6 24$.

Пример 2

Найдите значение выражения $\left(\sqrt{17}+4\right)\left(\sqrt{17}-4\right)$.

Пример 3

Найдите значение выражения $\log_2\left(\log_3 9+2\right)$.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 49 % участников экзамена. Основные ошибки связаны с потерей логарифмов в процессе вычислений. Больше 10 % участников экзамена в примере 1 дали ответ 25,5; значительная часть в примере 2 дала ответы 33 (сложили модули), 13 (не возвели в квадрат 4), 273 (потеряли корень при возведении 17 в квадрат), а в примере 3 дала ответы 3 (нарушен порядок действий), 11 (все логарифмы утеряны).

Задание 17 – задача, проверяющая умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения.

Пример 1

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}=64.$

Пример 2

Решите уравнение $x^2-4=0.$

Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пример 3

Решите уравнение $x^2=17x-72.$

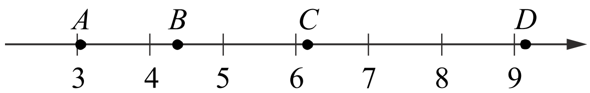
Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из них.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 50 % участников экзамена. В решении показательного уравнения ошибки связаны с отрицательным показателем степени, а в полученном линейном уравнении ошибки связаны с неравносильными преобразованиями. В решении квадратного уравнения допущены ошибки в применении стандартного алгоритма нахождения корней, большая доля участников невнимательно читает условие задания, например в примере 2 ошибочный ответ 2 (наибольший, а не наименьший) дали больше 15 % участников. Важно отрабатывать навык проверки полученного решения, в том числе подстановкой.

Задание 18 – задача, проверяющая умения выполнять вычисление значений и преобразования выражений, решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства.

Пример 1

На координатной прямой отмечены точки $A,\ B,\ C$ и .D..



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $2\sqrt{7}:\sqrt{3}$
B	2) $\sqrt{7}+\sqrt{3}$
C	3) $\sqrt{7}\cdot 2\sqrt{3}$
D	4) $\left(\sqrt{3}\right)^3+1$

В таблице для каждой точки укажите номер соответствующего числа.

Пример 2

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $2^{-x} < 0{,}25$	1) $(5; +\infty)$
Б) $\log_5 x > 1$	2) $(2; +\infty)$
В) $\dfrac{(x-2)^2}{x-5} < 0$	3) $(2; 5)$
Г) $(x-5)(x-2) < 0$	4) $(-\infty; 2) \cup (2; 5)$

Запишите в приведённой в ответе таблице под каждой буквой соответствующий решению номер.

Пример 3

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $.2^x \geq 2.$	1) $[-1; +\infty)$
Б) $0{,}5^x \geq 2$	2) $(-\infty; 1]$
В) $0{,}5^x \leq 2$	3) $(-\infty; -1]$
Г) $2^x \leq 2$	4) $[1; +\infty)$

Запишите в приведённой в ответе таблице под каждой буквой соответствующий решению номер.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 20 % участников экзамена. Относительно невысокий процент выполнения свидетельствует, в частности, о недостаточном внимании к изучению данного материала при прохождении курса математики.

Задание 19 – задача, проверяющая умения выполнять вычисление значений и преобразования выражений, решать текстовые задачи разных типов, выбирать подходящий изученный метод для решения задачи.

Пример 1

Найдите четырёхзначное число, кратное 125, все цифры которого различны и нечётны. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.

Пример 2

Найдите четырёхзначное натуральное число, кратное 12, произведение цифр которого равно 60. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.

Пример 3

Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 0 и 3 и делится на 90. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 40 % участников экзамена. Следует отметить, что развитие чувства числа происходит начиная с начальной школы и является важным результатом математического образования. При итоговом повторении следует также обратить внимание на проверку соответствия полученного числа условию задачи.

Задание 20 – задача, проверяющая умение решать текстовые задачи разных типов и уравнения.

Пример 1

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 380 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Пример 2

Из городов A и B, расстояние между которыми равно 480 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 4 часа на расстоянии 280 км от города B. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A. Ответ дайте в км/ч.

Пример 3

Расстояние между городами A и B равно 380 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 220 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Комментарий. Задание верно выполнили больше 30 % участников экзамена. Как ежегодно отмечается, низкий уровень выполнения задания показывает, что развитию умений верно составить математическую модель, решить полученную задачу и проверить ответ, к сожалению, внимание в школе уделяется недостаточно. Необходимо уделять больше внимания развитию умения решать текстовые задачи начиная с начальной школы.

Задание 21 – задача, проверяющая умения выполнять вычисление значений и преобразования выражений, решать текстовые задачи разных типов, выбирать подходящий изученный метод для решения задачи.

Пример 1

В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы вписали по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 137, во втором — 160, в третьем — 185, а сумма чисел в каждой строке больше 24, но меньше 27. Сколько всего строк в таблице?

Пример 2

Список заданий викторины состоял из 33 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 13 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 56 очков, если известно, что, по крайней мере, один раз он ошибся?

Пример 3

На палке отмечены поперечные линии красного, жёлтого и зелёного цветов. Если распилить палку по красным линиям, получится 7 кусков, если по жёлтым — 13 кусков, а если по зелёным — 5 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех трёх цветов?

Комментарий. Задание верно выполнили больше 20 % участников экзамена. Успешность выполнения такого здания заложена в верном прочтении условия задачи, составлении математической модели и интерпретации полученного числового значения.

По результатам выполнения экзаменационной работы явно выделяются четыре группы участников экзамена.

Группа 1. Тестовый балл – 2; первичный балл – 0–6.

Описание уровня подготовки участников экзамена из этой группы: участники с наиболее низким уровнем математической подготовки, не обладающие сформированными навыками счета и чтения.

Группа 2. Тестовый балл – 3; первичный балл – 7–11.

Описание уровня подготовки участников экзамена из этой группы: участники с низким уровнем математической подготовки; как правило, выполняют задания, требующие прямого подсчёта; к заданиям, требующим знания элементов содержания 10–11 классов, часто не приступают.

Группа 3. Тестовый балл – 4; первичный балл – 12–16.

Описание уровня подготовки участников экзамена из этой группы: участники, имеющие базовые математические знания, нужные в бытовых расчетах, жизненных ситуациях. Слабое выполнение последних заданий КИМ, требующих логических построений, знания функций, изученных в старших классах, компенсируется устойчивыми вычислительными навыками и решением базовых текстовых задач.

Группа 4. Тестовый балл – 5; первичный балл – 17–21.

Описание уровня подготовки участников экзамена из этой группы: наиболее подготовленные участники базового экзамена, при небольшой дополнительной подготовке в рамках итогового повторения могут успешно сдать экзамен профильного уровня на балл, достаточный для поступления и успешной учебы в вузах по IT-, экономическим и инженерным специальностям. Их выбор базового экзамена в основном осознанный: они планируют продолжение образования в областях, не связанных с математикой.

Выполнение заданий по группам первичных баллов ЕГЭ 2025 г. по математике базового уровня показано в таблице 4.

Таблица 4

Задание / балл	**Средний процент выполнения**	**Группа 1, 0–6 ПБ**	**Группа 2, 7–11 ПБ**	**Группа 3, 12–16 ПБ**	**Группа 4, 17–21 ПБ**
1 / 1	90,3	40,6	81,3	92,6	98,0
2 / 1	96,2	83,2	93,8	96,6	98,6
3 / 1	95,8	69,0	92,2	97,2	99,1
4 / 1	76,9	8,6	44,9	81,8	96,9
5 / 1	82,6	16,8	62,1	86,9	96,2
6 / 1	89,4	59,6	83,4	89,6	95,6
7 / 1	88,0	50,7	77,9	88,7	96,9
8 / 1	85,8	45,8	74,9	86,4	95,6
9 / 1	71,2	12,0	44,3	71,5	92,3
10 / 1	79,8	20,0	53,6	83,2	97,2
11 / 1	32,5	2,2	6,5	23,1	61,2
12 / 1	63,4	3,6	19,8	64,1	93,6
13 / 1	59,5	4,4	17,5	56,9	92,2
14 / 1	77,6	20,8	49,7	80,4	96,3
15 / 1	80,0	13,5	53,6	84,0	97,4
16 / 1	56,9	4,7	17,5	52,4	89,9
17 / 1	64,2	7,3	23,5	63,1	94,5
18 / 1	40,0	3,8	9,9	28,7	73,8
19 / 1	54,0	5,6	20,4	48,3	84,7
20 / 1	31,0	2,3	8,6	20,4	58,7
21 / 1	27,6	4,7	10,7	18,7	49,6

Выделим наиболее значимые направления работы с каждой группой обучающихся, исходя из их уровня подготовки и типичных проблем, которые необходимо компенсировать.

Группа 1 имеет ярко выраженные проблемы с базовой математической подготовкой, которые должны были проявиться еще при сдаче ОГЭ.

Итоговое повторение для участников из этой группы должно начинаться с основ курса математики 5–6 классов. Также следует обратить внимание на то, что участники из данной группы не имели необходимой математической подготовки для освоения большей части курса математики 10–11 классов. Ликвидация пробелов должна была начинаться с сентября 10 класса, а желательно еще при итоговом повторении и во время подготовки к ОГЭ. Выявить такие пробелы могло помочь эффективное использование инструмента ВПР в основной школе. Эту группу можно кратко охарактеризовать как выпускников, имеющих слабую математическую подготовку, в том числе плохо умеющих считать. Безусловно, внимание учителя и родителей должно быть направлено в первую очередь на развитие устойчивых навыков бытового счета, умения находить часть от числа и число по его части. Вряд ли есть смысл глубоко изучать с таким обучающимся в старшей школе тригонометрические и другие функции, если его основная проблема – полное отсутствие базовой арифметической подготовки. Участники из данной группы, как правило, имели очень низкие результаты на ОГЭ. Необходимо своевременно (не позднее чем в начале учебного года, а желательно в 10 классе) выявлять учеников, потенциально входящих в такую группу, и организовывать индивидуализированную подготовку, в том числе по ликвидации пробелов начальной и основной школы. Школам, в которых высока доля участников из данной группы, следует обратить особое внимание на качество математического образования в начальной школе и 5–6 классах.

При анализе результатов участников, отнесенных к 2 и 3 группам, можно отметить, что, за исключением затруднений при решении геометрических задач, существенных пробелов в их подготовке не наблюдается. Основными затруднениями данной категории выпускников являются недостаточно сформированные вычислительные навыки и невнимательность при работе с условием задачи. Для повышения эффективности подготовки целесообразно сосредоточиться на закреплении уже имеющихся умений, прежде чем переходить к освоению более сложных разделов. В то же время необходимо уделять системное внимание базовым задачам по геометрии, не подменяя ее изучение исключительно алгебраическим материалом. Также важно уделять внимание практико-ориентированным заданиям.

Группа 3 – это хорошо подготовленные абитуриенты гуманитарных специальностей. Следует усилить подготовку по развитию таких умений, как использование прикидки и оценки при проверке результата, а также ликвидировать при наличии пробелы в работе с алгебраическими преобразованиями, в том числе при работе с выражениями, содержащими логарифмы и корни.

Группа 4 – представляет собой важный резерв роста числа качественно подготовленных абитуриентов современных IT- и инженерных специальностей. Необходима систематическая профориентационная работа по выбору ЕГЭ по математике профильного уровня и соответствующая подготовка на этапе итогового повторения по темам углубленного курса математики, в первую очередь тригонометрии и применению производной при решении задач.

Наиболее высокие проценты выполнения в 2025 г. отмечены у практико-ориентированных заданий на чтение диаграмм и графиков, а также у заданий на сопоставление реальных величин и бытовые расчеты.

Основными факторами, вызывающими наибольшее количество ошибок, традиционно являются:

– недостаточная развитость наглядных геометрических представлений;

– пренебрежение или формальное выполнение проверки полученного ответа, в том числе подстановкой, на реалистичность;

– отсутствие навыков использования справочных материалов в решении несложных геометрических задач;

– несформированность алгоритмов решения базовых задач: представление обыкновенной дроби в виде десятичной, нахождение числа по его процентам, соотнесение полученного решения с указанным множеством.

Анализ результатов ЕГЭ по математике базового уровня в 2025 г. позволяет сформулировать некоторые рекомендации учителям по совершенствованию процесса преподавания математики:

– обратить особое внимание на системность и систематичность изучения учебного материала, что может быть достигнуто в результате постепенного накопления и последовательного усложнения изученного материала, периодически проводимого закрепления уже изученного;

– применять различные виды контроля знаний на уроках и во внеурочной деятельности;

– в работе с обучающимися уделять особое внимание организационной и психологической составляющим подготовки к экзамену, а также контролю времени и применению простых приемов самоконтроля; формировать у обучающихся готовность к длительному занятию математикой (экзамен профильного уровня продолжается практически 4 часа, а базового – 3 часа).

Наименее эффективным способом подготовки является «прорешивание» типовых вариантов ЕГЭ. Решение полных типовых вариантов следует проводить не чаще одного раза в месяц. Часть времени следует посвящать выполнению индивидуально подобранных тренингов по темам, которые вызывают затруднение у конкретных обучающихся.

Учителям необходимо: развивать самостоятельность мышления учащихся; использовать методы проблемного обучения; включать в работу на уроках и во внеурочной деятельности задания, которые направлены не на воспроизведение знаний и изученного алгоритма, тренировку памяти, а на формирование творческих способностей обучающихся, их способностей мыслить, рассуждать, использовать и развивать свой интеллектуальный потенциал; формировать у обучающихся в процессе подготовки к экзамену умения анализировать условие задания, извлекать из него информацию, сопоставлять приведенные в условии данные; систематически отрабатывать задания, нацеленные на поиск и переработку информации, представленной в различной форме (текст, таблица, схема), ее анализ и синтез, сравнение и классификацию.

Необходимо повышать уровень вычислительных умений обучающихся, а также учить их внимательно читать условие и вопрос задачи, математически грамотно записывать решение задачи. Особое внимание следует уделять формированию навыков самоконтроля и самопроверки выполненных заданий.